

Der Erdbahnradius - selbst bestimmt!

U. Backhaus*, D. Nolte*, W. Oswald-Wambach†

*Universität Koblenz, †Gymnasium auf der Karthause, Koblenz

23. April 2001

Seit über drei Jahren beobachtet eine Gruppe aus Schülern, Lehrern, Amateurastronomen¹ und Studenten die Bewegungen der Jupitermonde und insbesondere die Verfinsterungen des innersten Mondes Io. Unser Ziel dabei ist, Beobachtungen und Messungen nachzuvollziehen, aus denen Ole Rømer erstmals auf die Endlichkeit der Lichtausbreitung geschlossen und einen Wert für die Lichtgeschwindigkeit abgeleitet hat.

1 Einleitung

Die Astronomische Einheit (AE) ist eine fundamentale Größe der Astronomie. Sie ist definiert als der mittlere Abstand zwischen Erde und Sonne und beträgt recht genau 150 Mio. Kilometer. Alle direkten Entfernungsmessungen innerhalb des Sonnensystems und darüber hinaus beziehen sich auf diese Größe und werden als Vielfache der AE angegeben. So ergibt sich z.B. der Abstand Jupiters zur Sonne aus der Auswertung seiner Schleifenbewegung am Himmel zu rund 5.2 AE. Und die Entfernung naher Fixsterne ergibt sich durch Parallaxenmessung mit dem Erdbahnradius als Basis.

Das Interesse an der Entfernung zur Sonne lässt sich geschichtlich bis ca. 300 v. Chr. zurückverfolgen. *Aristarch* von Samos (320 - 250 v. Chr.) bestimmte damals den Abstand der Sonne relativ zur Mondentfernung. Danach war die Sonne 19 mal soweit von der Erde entfernt wie der Mond. Obwohl Aristarchs Wert falsch war, der Faktor beträgt ca. 400 statt 19, war doch die Grundidee seiner Abschätzung über die relativen Abstandsverhältnisse von Sonne, Erde und Mond korrekt ([2]). Mittels Parallaxenmessung gelang erst 1672 *Cassini* und *Richter* die Bestimmung der Marsentfernung relativ zur Erde. Mit dem dritten Kepler'schen Gesetz und dem ermittelten Abstandswert konnten sie den Erdbahnradius relativ genau berechnen ([3]). Durch syste-

matische Beobachtungen des Jupitermondes Io konnte wenig später der dänische Astronom *Ole Rømer* 1675 nachweisen, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes endlich ist, und anhand des mittlerweile bekannten Erdbahnradius erstmals einen Wert für die Lichtgeschwindigkeit angeben.

Heute, da die Lichtgeschwindigkeit bereits auf dem Labortisch gemessen werden kann, lässt sich das Verfahren Rømers umgekehrt zur Bestimmung der Astronomischen Einheit benutzen. Die Messung dieser für die Astronomie zentralen Größe ist auch heute noch schwierig, und es gibt bis jetzt keinen Vorschlag zu ihrer Messung mit *einfachen* Mitteln.

2 Das Phänomen und seine Erklärung

Schon mit einem Fernglas kann man den „Tanz der Jupitermonde“ beobachten: Vier helle Lichtpunkte, alle etwa auf einer Linie mit dem Äquator von Jupiter, ändern innerhalb von wenigen Stunden sichtbar ihre Position. Bei langfristiger Beobachtung erkennt man, dass die Punkte Jupiter umkreisen, dass es sich also um Monde von Jupiter handelt. Beobachtbar sind auch die Verfinsterungen dieser Monde: Manchmal werden sie auf der rechten (westlichen) Seite von

¹ Allen beteiligten Schülern und Amateurastronomen, insbesondere Herrn W. Pauschert, Hillscheid, und Björn-Eric Brandt, Braunschweig, sei für die ausdauernde Mitarbeit gedankt!

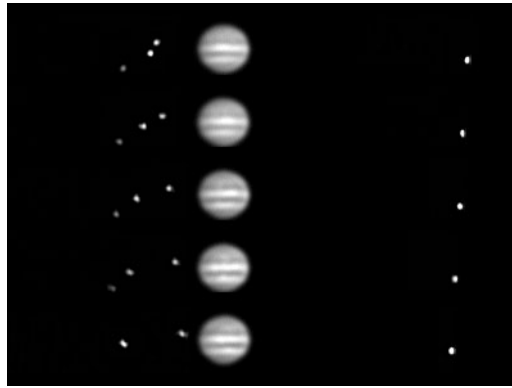


Abbildung 1: Veränderung der Position der Jupitermonde innerhalb weniger Stunden (nach [4]). Die Aufnahmen sind vom 9.9.1996 und haben einen zeitlichen Abstand von 20 Minuten. Die letzten Aufnahmen zeigen den Verfinsterungsanfang des äußersten Mondes Kallisto. Es wird deutlich, dass der Mond nicht plötzlich unsichtbar wird.

Jupiter unsichtbar, deutlich bevor sie von Jupiter verdeckt werden, manchmal tauchen sie auf der linken Seite von Jupiter, aber in deutlichem Abstand von ihm, plötzlich wieder auf. In Abbildung 2 ist die Erscheinung schematisch dargestellt. Vor der Jupiter-Opposition (a) kann man auf der Erde die Verfinsterungsanfänge, nach der Opposition (b) die Verfinsterungsenden von Io beobachten. Bei den äußeren Monden kann es sogar vorkommen, dass Schattenein- und -austritt auf derselben Seite von Jupiter zu beobachten sind (s. Abb. 1).

Man gewinnt dabei den Eindruck hoher Regelmäßigkeit. Misst man jedoch die Umlaufzeit, etwa indem man den Zeitraum von einem Verfinsterungsanfang (VA) bis zum nächsten bestimmt, dann stellt man fest, dass diese Intervalle regelmäßig variieren: Ole Rømer bemerkte, dass die Intervalle zwischen der Opposition von Jupiter bis zu seiner Konjunktion mit der Sonne systematisch länger sind als im folgenden halben Jahr zwischen Konjunktion und Opposition. Das heißt, vor der Opposition, wenn sich die Erde auf Jupiter zubewegt, treten die Verfinsterungsanfänge früher ein als die berechneten. Nach der Opposition hingegen verspäten sich die Schattenausstritte Ios immer mehr. Rømer erkannte in dieser Erscheinung einen Laufzeiteffekt, der auf dem sich ändernden Abstand zwischen Erde und Jupiter beruht (siehe z.B. [8]):

Die Botschaft von Ios Verfinsterung erreicht

uns wegen der endlichen Lichtgeschwindigkeit deutlich nach dem wahren Zeitpunkt. Wäre der Abstand zwischen Jupiter und Erde konstant, dann wäre diese Verzögerung für die Bestimmung der Umlaufzeit ohne Belang: Sie fiel bei der Differenzbildung aus der Rechnung heraus. Wenn sich der Abstand jedoch vergrößert, muss das Licht hinter der Erde herlaufen, und der zweite Beobachtungszeitpunkt verspätet sich zusätzlich: Die *wahrgenommene* Umlaufzeit ist größer als die *tatsächliche*. Entsprechend ist die wahrgenommene Umlaufzeit zu klein, wenn sich die Erde auf Jupiter zubewegt.

Die Beobachtung und ihre Erklärung werden in der Regel stark vereinfacht dargestellt, etwa wie in Abbildung 3: Misst man bei **A** (Jupiter in Opposition zur Sonne) einen Verfinsterungszeitpunkt t_1 und sagt mit Hilfe der wahren Umlaufzeit den Verfinsterungszeitpunkt t'_2 bei **B** (Jupiter in Konjunktion zur Sonne) voraus, dann beobachtet man ihn zu einem um etwa 16 Minuten *späteren* Zeitpunkt t_2 . Die Differenz $\Delta t = t_2 - t'_2$ zwischen Beobachtung und Vorhersage muss gerade die Zeit sein, die das Licht zum Durchlaufen der Erdbahn benötigt.

Wie immer ist das tatsächliche Messverfahren deutlich komplizierter als diese idealisierte Darstellung. Einige Probleme fallen sofort ins Auge:

1. In **A** und **B** lassen sich Verfinsterungen

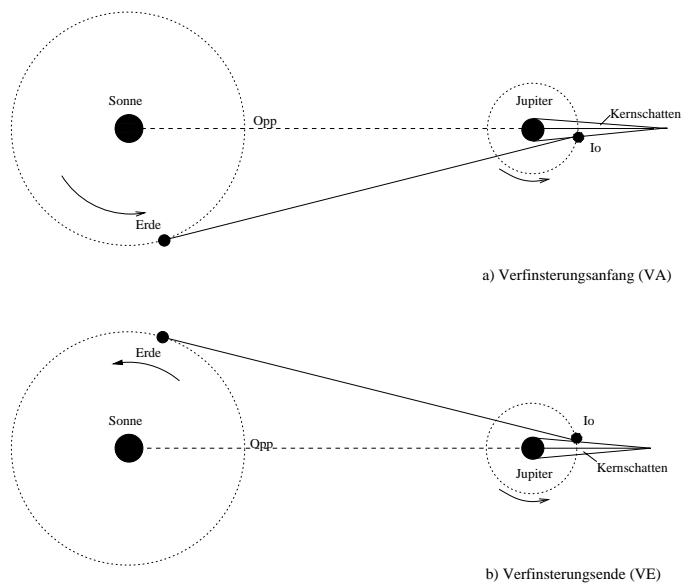


Abbildung 2: Entstehung der Verfinsterungen von Io und ihre Beobachtbarkeit von der Erde

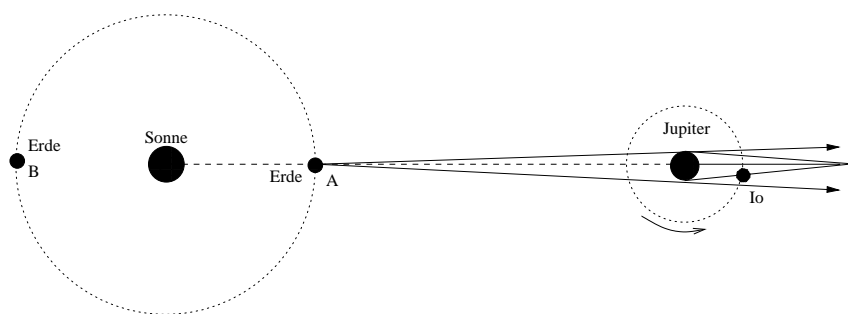


Abbildung 3: Vereinfachte Darstellung des Verfahrens von Rømer. Aus geometrischen Gründen sind von A und B aus die Schattenein- und -austritte gar nicht zu beobachten.

überhaupt nicht beobachten, weil sie *hinter* Jupiter stattfinden.

2. In **B** stehen darüberhinaus Sonne und Jupiter, von der Erde aus gesehen, in derselben Richtung: Jupiter steht nur während des Tages über dem Horizont. Wie wird der Effekt also wirklich gemessen?
3. Woher kennt man die wahre Umlaufzeit, da man zu ihrer Messung doch immer auf Beobachtungen von der bewegten Erde aus angewiesen ist? Wie genau muss man sie kennen, damit sich für die Verspätung ein vernünftiger Wert ergeben kann?

3 Etwas Theorie

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die Umläufe von Jupiter und Erde um die Sonne *gleichförmige Kreisbewegungen mit der Sonne im Mittelpunkt* sind. Die Vorgänge werden in dem (rotierenden) Bezugssystem beschrieben, in dem die Verbindungslinie Sonne - Jupiter fest ist. In diesem Bezugssystem hat die Erde eine mittlere Umlaufzeit von **399** Tagen: Das ist der Zeitraum zwischen zwei Oppositionsstellungen Jupiters zur Sonne, die so genannte *synodische Umlaufzeit* von Jupiter. Der Jupitermond Io habe in diesem Bezugssystem eine Umlaufzeit von T_{Io} .

Zum Zeitpunkt t_1 wird ein Schatteneintritt beobachtet. Nach n Io-Umläufen erwartet man also zur Zeit

$$t'_2 = t_1 + nT_{Io} \quad (1)$$

wieder einen Verfinsterungsanfang. Dieser wird jedoch zu dem *früheren* Zeitpunkt t_2 beobachtet.

Die Zeitdifferenz Δt beruht darauf, dass die Erde dem Licht entgegenkommt, sich die Nachricht von der zweiten Verfinsterung also weniger verspätet als die erste. Der Unterschied zwischen Erwartung und Beobachtung ist deshalb ein Maß für die Veränderung $d_1 - d_2$ des Abstandes zwischen Erde und Jupiter:

$$\Delta t = t'_2 - t_2 = \frac{d_1 - d_2}{c} \quad (2)$$

Die relativen Bahnradien von Erde (1 AE) und Jupiter (5.2 AE) sind bekannt ([1]). Die Winkel v_1 und v_2 ergeben sich aus der Zeit, die jeweils seit der letzten Jupiteropposition vergangen ist. Deshalb kann $d_1 - d_2$ als Vielfaches der Astronomischen Einheit entweder berechnet oder in einer maßstabsgerechten Zeichnung gemessen werden:

$$d_1 - d_2 = \alpha AE. \quad (3)$$

Zum Durchlaufen des Erdbahnradius benötigt das Licht also die Zeit t_L :

$$t_L = \frac{1AE}{c} \stackrel{(3)}{=} \frac{d_1 - d_2}{\alpha c} \stackrel{(2)}{=} \frac{t'_2 - t_2}{\alpha}. \quad (4)$$

Setzt man den Wert der Lichtgeschwindigkeit als bekannt voraus, dann ergibt sich daraus der gesuchte Wert der Astronomischen Einheit:

$$1AE = \frac{c}{\alpha} (t'_2 - t_2) \quad (5)$$

Die Berechnung kann anhand der Angaben in einem Astronomischen Kalender (z.B. [5]) nachvollzogen werden. Die einzelnen Zeitpunkte werden im Kalender aber nur auf die Minute genau angegeben. Eigene Beobachtungen zeigen sogar, dass die Genauigkeit der Daten noch geringer ist. Allerdings sind die Zeitpunkte auch nur schwierig genauer zu messen.

Die Umlaufzeit muss aber viel genauer bekannt sein, weil sich der Fehler mit jedem Umlauf Ios aufsummiert: Jede Sekunde (!) Abweichung vom wahren Wert bedeutet für die Halbjahresvorhersage (ca. 100 Io-Umläufe) einen Fehler von mehr als anderthalb Minuten. Und bei 10 Sekunden Abweichung ist der Vorhersagefehler bereits ebenso groß wie der erwartete Effekt! Es muss also eine Möglichkeit geben, trotz eines Beobachtungsfehlers von etwa einer Minute die Umlaufzeit von Io fast auf die Sekunde genau zu bestimmen.

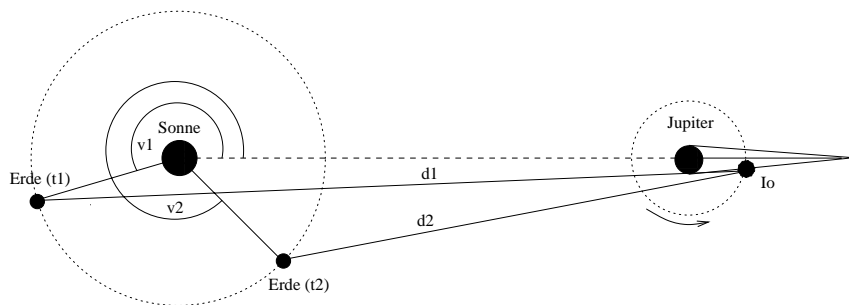


Abbildung 4: Zur Erklärung des Lichtlaufzeiteffektes

4 Die Praxis

Bereits für die Feststellung der Regelmäßigkeit in den Bewegungen der Monde benötigt man Beobachtungen über viele Umläufe. Um die *Abweichungen* von dieser Regelmäßigkeit überhaupt wahrnehmen zu können sind regelmäßige Beobachtungen über mindestens ein Jahr nötig. Ein so umfangreiches Beobachtungsprogramm ist nur im Rahmen einer Kooperation mehrerer Gruppen möglich.

Um einen eigenen Messwert für Ios Umlaufzeit zu erhalten, mussten wir eine ausreichend große Messreihe aufnehmen, so dass wir im Mittel einen zuverlässigen Messwert erwarten konnten. Die Beobachtungen wurden über einen Zeitraum von mehr als drei Jahren durchgeführt und erhielten von Anfang an die Unterstützung mehrerer befreundeter Amateurastronomen, sowie einer Gruppe von Schülern. Das scheinbar einfache Verfahren, ab und zu durch das Fernrohr zu schauen, die Zeitpunkte zu notieren und schließlich den gewünschten Wert auszurechnen, stellte sich in der Praxis leider viel schwieriger dar.

4.1 Beobachtungstermine

Der Blick in einen Astronomischen Kalender (z.B. [5]) zeigt, dass Jupiter während einer synodischen Periode ca. acht bis neun Monate zu beobachten ist. In der übrigen Zeit um den Zeitpunkt der Konjunktion herum steht er von der Erde aus zu dicht bei der Sonne und ist dadurch unbeobachtbar. In diesem Zeitraum treten rund 130 Io-Verfinsterungen (VA und VE) auf. Die Hälfte davon ist prinzipiell unbeobachtbar, weil Jupiter zum fraglichen Zeitpunkt unter dem Ho-

rizont steht. Bei einem weiteren Teil ist die Sonne zum Verfinsterungszeitpunkt über dem Horizont: Es ist taghell.

In Tabelle 5 ist das Verhältnis zwischen tatsächlich beobachteten und potentiell möglichen Terminen aufgeführt.

Die Erfolgsquote unserer Beobachtungen beträgt demnach nur ca. 10%, wodurch sich auch der dreijährige Beobachtungszeitraum erklärt. Die Gründe hierfür sind hauptsächlich:

- Weit über 50% der potentiell möglichen Termine fallen dem unbeständigen Wetter in unseren Breiten zum Opfer.
- Eine Vielzahl der verbleibenden Termine liegt in der zweiten Nachhälfte.
- Berufliche Verpflichtungen und mitunter auch die eigene Bequemlichkeit können ebenfalls ein Hinderungsgrund sein, diese Termine nicht wahrzunehmen.
- Für die meisten der teilnehmenden Gruppen war der Aufwand zur Vor- und Nachbereitung der Beobachtung sehr groß: Verabredung und Treffen in Schule oder Hochschule (auch am Wochenende!), Auf- und Abbau des Beobachtungsgerätes.

Nicht selten ist es vorgekommen, dass im entscheidenden Moment plötzlich aufziehende Wolken die Sicht auf Jupiter versperren und wir frustriert und unverrichteter Dinge wieder alles abbauen mussten. Die beiden Beobachtungsprotokolle in Abbildung 6 zeigen beispielhaft, wie nahe Erfolg und Misserfolg bei unseren Versuchen zusammenlagen. Die Häufigkeit der Misserfolge führte manchmal zu Frustrationen, die sich

Io-Verfinsterungen		
Jahr	mögl. Termine	davon beobachtet
1998	39	4
1999	43	7
2000	46	5
2001	14	4

Abbildung 5: Verhältnis zwischen möglichen und durchgeführten Beobachtungen

Protokoll <i>Bachlans</i>	Io - Beobachtung 1999/00	Protokoll	Io - Beobachtung ^{2000/2001} 1998+99
Datum: 21. Nov. 1999	Io VE 23,48	Datum: 24. Aug. 2000	Io VF 00:20
Teleskope:	RPQ 130	Teleskope:	RPQ 1300, Obj. 16 mm
Beobachter:	Bachlans / Nolte / Kappes	Beobachter:	Bachlans / Nolte
Sichtverhältnisse:	Halbe Stunde vor und nach der Himmel zu!	Sichtverhältnisse:	gut, aber Pupille konzentrisch, besteht Luftstrome, etwas drückig
Bildqualität:	im Wolkenlücken vorzüglich	Bildqualität:	
Durchführung der Messung:	Um 23,48 ist Io noch nicht zu sehen. Dann Wolken. Durch die nächste Wolkenlücke um 23:51:40 ist Io deutlich zu sehen.	Durchführung der Messung:	
Meßwert:		Meßwert:	Anfang 0:19:12 MEZ Mitte 0:20:10 MEZ Ende 0:21:07 MEZ (verblenden)

Abbildung 6: Zwei typische Beobachtungsprotokolle

in undruckbaren, trotzdem dick unterstrichenen, Ausdrücken im Protokoll des Fehlversuches niederschlugen.

4.2 Beobachtungsverfahren und -geräte

Die Durchführung der Messung ist mit relativ einfachen Mitteln möglich. Neben einem Fernrohr mit ausreichend guter Optik (mindestens 80mm Objektivdurchmesser, mindestens 40fache Vergrößerung) und einer Funkuhr benötigt man einige Beobachtungserfahrung (siehe Abschnitt 4.3). Zwei Personen sollten an der Durchführung beteiligt sein, ein Beobachter und ein Zeitnehmer. 5-10 Minuten vor dem Eintreten des Messereignisses sollte der Messaufbau stehen, so dass für beide Personen genug Zeit bleibt, sich auf die bevorstehende Aufgabe zu konzentrieren. Ablenkungen in irgendeiner Form können schnell dazu führen, den entscheidenden Moment zu versäumen, bzw. eine falsche Uhrzeit zu notieren, so dass das Ergebnis unbrauchbar ist. Als Messgerät sollte in jedem Fall eine Funkuhr benutzt werden, damit Ergebnisse, die gleichzeitig an verschiedenen Beobachtungs-orten oder mit einem Zeitabstand von mehreren Wochen ermittelt werden, verglichen werden können. Das Beobachtungsprotokoll sollte neben dem eigentlichen Messergebnis mindestens folgende Daten enthalten, um eine spätere Auswertung zu erleichtern:

- Typ des Ereignisses: Verfinsterungsanfang (VA) bzw. Verfinsterungsende (VE),
- Tag und Ort der Beobachtung, sowie beteiligte Personen,
- Benutztes Fernrohr, Objektivdurchmesser und Vergrößerung,
- Referenzuhrzeit des Ereignisses, z.B. aus einem Jahrbuch,
- Wetterbedingungen und Sichtverhältnisse.

Die Wahl der Vergrößerung ist in erster Linie abhängig von den Sichtbedingungen am Beobachtungsort. Als Beobachtungsgeräte kamen unterschiedliche Fernrohrtypen zum Einsatz:

- Zeiss APQ 130

- Zeiss APQ 100
- 16" Cassegrain
- C8
- 10" Newton
- 6" Newton
- 4" Newton
- Spektiv 60*80

Im Allgemeinen kann man davon ausgehen, dass mit steigender Fernrohröffnung die Qualität der Beobachtung und somit auch die Genauigkeit der Messung zunimmt. Allerdings kann ein geübter Beobachter in einem kleinen Instrument u.U. mehr sehen als ein wenig geübter Beobachter am großen Instrument.

4.3 Die Beobachtung

Das eigentliche Messergebnis ist jeweils der Zeitpunkt, an dem Io in den Kernschatten Jupiters eintritt (VA) bzw. wieder aus den Kernschatten austritt (VE). Die Schwierigkeit der Messung besteht darin, sich für den Zeitpunkt zu entscheiden, an dem das Ereignis eintritt. Bei einem Verfinsterungsanfang ist das Messergebnis der Zeitpunkt, an dem Io unsichtbar wird. Das Verfinsterungsende ist der Zeitpunkt, an dem das Erscheinen Ios zum ersten Mal wahrgenommen wird. In beiden Fällen ist die Wahrnehmung des Beobachters entscheidend. Da der Kernschatten Jupiters im Raum keinen scharf definierten Übergang besitzt und Io kein Punkt ist, nimmt man die beiden Ereignisse nur allmählich wahr. Das heißt, Io wird bei einem Verfinsterungsanfang nicht schlagartig dunkel (vgl. Abb. 1), ebenso wenig erstrahlt er nach einem Verfinsterungsende plötzlich in voller Intensität. Etwas Übung ist also notwendig, um diese Ereignisse sicher registrieren bzw. beobachten zu können.

Die Messergebnisse in Tabelle 7, die zum gleichen Zeitpunkt mit unterschiedlichen Geräten und Beobachtern ermittelt wurden, bringen diese Problematik zum Ausdruck. Da es bei den Messungen keine *absolut richtige* Uhrzeit gibt – auch die Genauigkeit der Referenzzeiten ist nach unseren Erfahrungen schlechter als eine Minute! –, kann man über die Qualität der einzelnen Messergebnisse nur schwer eine Aussage treffen. Die Streuung der Ergebnisse von einer halben Minute verdeutlicht aber die unter-

Meßergebnisse vom 30.10.1997		
Referenzzeit	gem. Zeit	Instrument
18:38:00	18:36:00	Zeiss APQ 130
	18:36:17	Zeiss APQ 100
	18:36:17	16" Cassegrain
	18:36:17	C8
	18:36:20	C8
	18:36:29	10" Newton
	18:36:31	6" Newton
	18:36:33	4" Newton

Abbildung 7: Unterschiedliche Beobachter und deren Messergebnisse

schiedliche Qualität der Optiken und die individuelle Wahrnehmung der einzelnen Beobachter. So haben die Beobachter mit dem C8 fast die gleiche Zeit ermittelt. Im Vergleich dazu hat aber der Beobachter am größeren 10" Newton den Mond erst auftauchen sehen, als er für die C8-Beobachter bereits seit 10 Sekunden sichtbar war. Andererseits hat der Beobachter am noch größeren 16" Cassegrain das Ereignis auch nicht früher wahrgenommen, obwohl er aufgrund des größeren Auflösungsvermögens dazu in der Lage hätte sein müssen.

An anderen Beobachtungstagen lagen die Ergebnisse um mehr als eine Minute auseinander. Allerdings wurden die Diskrepanzen gegen Ende der Beobachtungsperiode kleiner. Die Anzahl unserer Messungen reicht leider nicht aus, diese Differenz systematisch zu untersuchen.

5 Auswertung der Messergebnisse

Die Tabelle im Anhang fasst alle unseren bisher gewonnenen Messergebnisse zusammen. Um einen Überblick über die zugehörigen Beobachtungspositionen zu gewinnen werden diese in Abbildung 8 relativ zu Sonne und Jupiter dargestellt. Es zeigt sich eine recht gleichmäßige Verteilung über den zur Beobachtung geeigneten Abschnitt der Erdbahn – mit allerdings deutlichem Übergewicht auf dem Zeitraum *nach* der Opposition.

Anhand dieser Darstellung lassen sich Messergebnisse finden, aus denen die Umlaufzeit von Io zunehmend genau bestimmt werden kann.

5.1 Bestimmung der synodischen Umlaufzeit von Io

Zwischen dem 28.10.1999 (19) und dem 30.10.1999 (20) fanden zwei Umläufe statt. Diese Zeitpunkte liegen kurz nach der Opposition, in einem Zeitraum also, in dem sich der Abstand zwischen Erde und Jupiter nur wenig ändert, der Lichtlaufzeiteffekt deshalb klein ist. Aus diesen Zeitpunkten resultiert eine vorläufige Umlaufzeit von

$$T_{Io_0} = 1.76958d = 1d18h28min12s. \quad (6)$$

Wegen der unvermeidbaren Fehler der Einzelmessungen ist dieser Wert nicht genau genug, um damit die gesuchten Verzögerungen berechnen zu können. Er reicht jedoch aus, um mit seiner Hilfe die Anzahl der Io-Umläufe in allen Messintervallen bestimmen zu können.

Einen besseren Wert für die Umlaufzeit findet man, wenn man Ergebnisse kombiniert, die auf symmetrisch liegenden Abschnitten der Erdbahn gemessen wurden. Diese Bedingung wird von den Abschnitten zwischen den Beobachtungen 22 und 24 bzw. zwischen 27 und 28 nahezu erfüllt.

Mit der vorläufigen Umlaufzeit (6) ergibt sich, dass zwischen 30.11.1999 (22, 23) und 30.12.1999 (24) 17 Umläufe stattfanden. Mit den gemessenen Verfinsterungszeitpunkten ergibt sich daraus eine Umlaufzeit von

$$T_{Io_1} = 1.77004d = 1d18h28min52s. \quad (7)$$

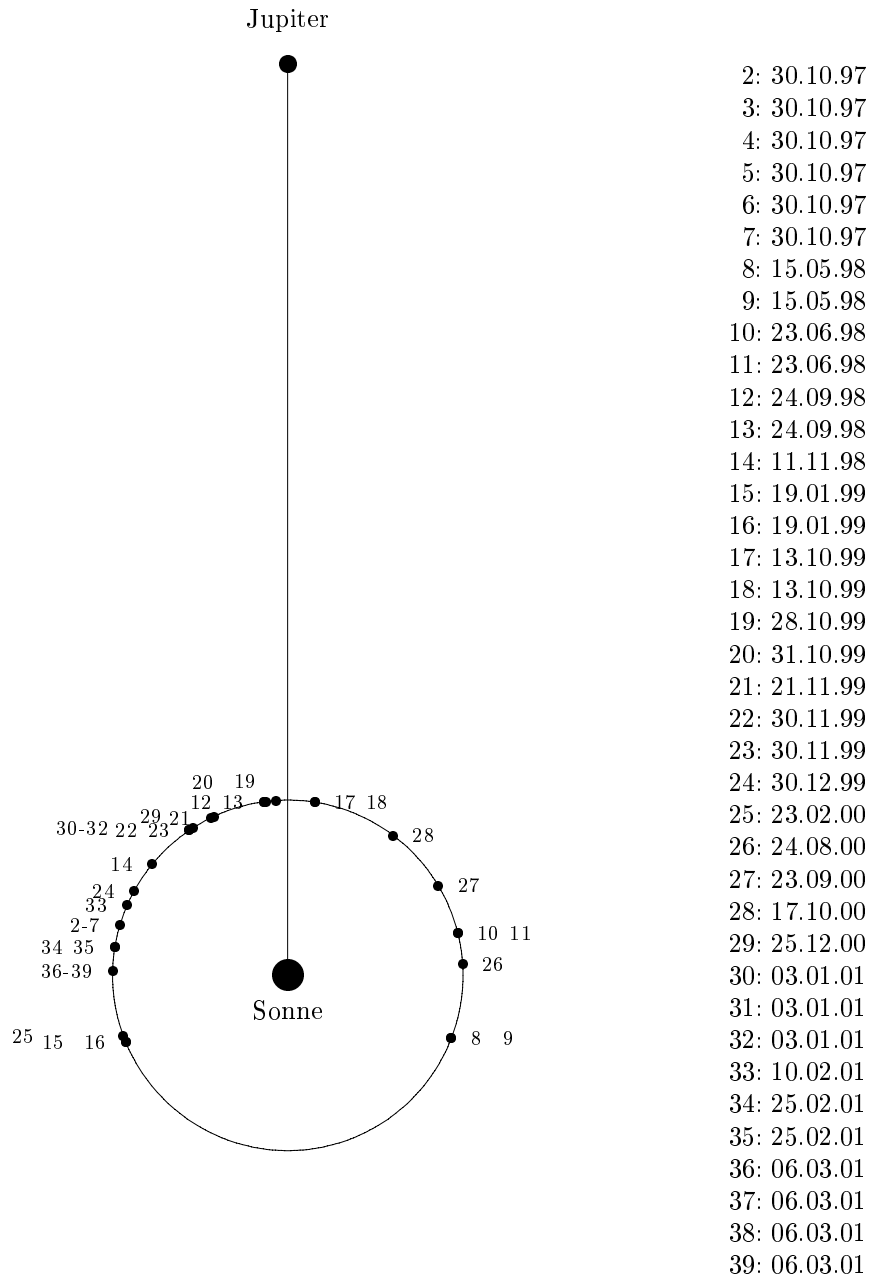


Abbildung 8: Die Positionen der Erde an unseren Beobachtungstagen relativ zu Jupiter

Entsprechend gilt, dass zwischen 23.09.2000 (27) und 17.10.2000 (28) 14 Umläufe stattfanden. Mit den gemessenen Verfinsterungszeitpunkten findet man deshalb mit

$$T_{Io_2} = 1.76980d = 1d18h28min31s. \quad (8)$$

eine um 21s kleinere Umlaufzeit².

Mittelt man diese, in symmetrisch gelegenen Abschnitten der Erdbahn gemessenen, Umlaufzeiten (7) und (8), folgt:

$$T_{Io} = 1.76992d = 1d18h28min41s \quad (9)$$

Mit diesem Ergebnis kann man herausfinden, dass zwischen dem 24.9.1998 (12, 13) und dem 30.10.1999 (20) 227 Io-Umläufe stattfanden. Dieser Zeitraum entspricht aber mit 401.77 Tagen fast exakt dem Zeitraum zwischen zwei Oppositionen von Jupiter³. Die Erde befand sich also zu beiden Terminen in derselben Position relativ zu Jupiter (s. Abb. 10). Es gibt also insgesamt keinen Lichtlaufzeiteffekt. Deshalb liefern diese Messergebnisse den zuverlässigsten Wert für die synodische Umlaufzeit von Io:

$$T_{Io} = 1.76993d = 1d18h28min42s. \quad (10)$$

Aus diesem Ergebnis kann man eine siderische Umlaufzeit von

$$T_{Io_{siderisch}} = 1.76921 \text{ Tage}. \quad (11)$$

ableiten. Gegenüber der Angabe des Astronomieprogrammes Guide 7.0 ($T_{sid} = 1.76913d$) ist das eine Abweichung von

$$\Delta T = +7s. \quad (12)$$

²Aus diesen Ergebnissen kann bereits die Größe der Astronomischen Einheit abgeschätzt werden, wenn man den Unterschied als Folge des *Doppler-Effektes* interpretiert (s. Anhang).

³vgl. Abbildung 10. Dieser Zeitraum ist etwas größer als die *mittlere* synodische Umlaufzeit von Jupiter (398.9 Tagen), sondern die sich aus aufeinander folgenden Oppositionszeitpunkten ergebende *tatsächliche* Periode verwendet und jeweils die nächstliegende Opposition als Bezugspunkt gewählt wurde⁴.

⁴Die tatsächlichen Umlaufzeiten sind deutlich größer als die mittleren, weil Jupiter im Beobachtungszeitraum gerade sein Perihel durchlief. Er bewegte sich damit schneller als im Mittel. Die Erde brauchte deshalb länger als gewöhnlich, ihn zu überrunden.

5.2 Die Variation der gemessenen Umlaufzeiten

Mit diesem sorgfältig bestimmten Wert der Umlaufzeit I_o lassen sich nun alle Einzelergebnisse vergleichen, indem aus den Beobachtungszeitpunkten derselben Halbperiode Jupiters Zeitintervalle $t_i - t_j$ gebildet werden. Die zugehörige Verspätung Δt ergibt sich dann gemäß (1) mit Hilfe der entsprechenden Anzahl der Umläufe.

Das in Abbildung 9 dargestellte Ergebnis ist nicht sehr befriedigend. Es zeigt aber deutlich die zunehmenden Verspätungen nach der Opposition und das abnehmende Vorauseilen davor. Das Ergebnis nötigt uns große Hochachtung vor Ole Rømer ab, der angesichts sicher nicht besserer Beobachtungsergebnisse die systematische Variation erkannte und auf die Idee kam, daraus auf die Lichtgeschwindigkeit zu schließen.

5.3 Bestimmung der Astronomischen Einheit

In Abbildung 10 sind die Positionen der Erde relativ zu Sonne und Jupiter an den Beobachtungsterminen je zweimal eingetragen:

1. die korrekten Positionen, berechnet mit Computerroutinen zur Ephemeridenrechnung (dünne Punkte),
2. berechnet aus dem Zeitabstand der Beobachtung zur nächstliegenden Opposition unter der Annahme eines gleichförmigen (synodischen) Umlaufes der Erde um die Sonne (dicke Punkte).

Die sich zeigende Übereinstimmung ist recht gut, weil als Periode nicht die in der Literatur zu findende *mittlere* synodische Umlaufzeit von Jupiter (398.9 Tage), sondern die sich aus aufeinander folgenden Oppositionszeitpunkten ergebende *tatsächliche* Periode verwendet und jeweils die nächstliegende Opposition als Bezugspunkt gewählt wurde⁴:

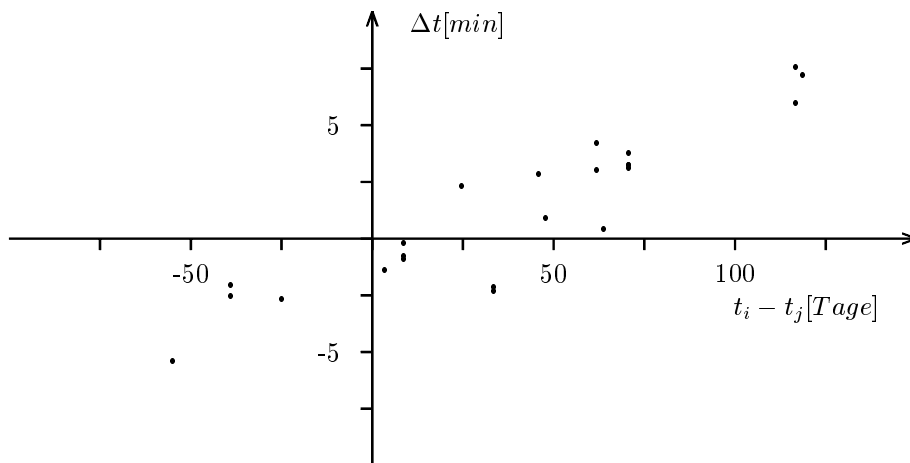


Abbildung 9: Aus unseren Messergebnissen ableitbare Differenzen Δt zwischen Vorhersage und Messung. $t_i - t_j > 0$ kennzeichnet Beobachtungsintervalle *nach* der Opposition. Wenn auch die Streuung sehr groß ist, ist doch deutlich zu erkennen, dass die Differenzen vor der Opposition negativ sind, danach positiv.

Opposition	T_{syn}
09.08.1997, 15 Uhr Mez	402.5 Tage
16.09.1998, 04 Uhr Mez	402.7 Tage
23.10.1999, 20 Uhr Mez	401.3 Tage
28.11.2000, 03 Uhr Mez	

In Tabelle 11 sind zu ausgewählten Paaren von Messergebnissen die gemäß (3) bestimmte Abstandsveränderung zwischen Erde und Jupiter und die gegenüber der „Vorhersage“ (1) gemessene Verzögerung (2) angegeben. Ein negativer Wert für die Verzögerung bedeutet, dass der 2. Verfinsterungszeitpunkt früher als vorhergesagt auftrat. Die Lichtlaufzeit für 1 AE ist dann der Quotient aus diesen beiden Werten (s. (4)). Der aus der bekannten Lichtgeschwindigkeit resultierende Wert für die Astronomische Einheit steht schließlich in der letzten Spalte.

In Abbildung 12 sind bis auf die offensichtlich falschen Ergebnisse alle aus unseren Beobachtungen ableitbaren Werte für die Astronomische Einheit dargestellt. Die Werte streuen zwischen 0 und dem korrekten Wert, und es ist keine Korrelation mit der Länge des benutzten Zeitintervalles $t_i - t_j$ zu erkennen. Überraschenderweise sind *alle Werte zu klein*. Den Grund dafür kennen wir bis jetzt nicht. Die naheliegende Vermutung, der Grund dafür sei ein zu kleiner Wert

für die Umlaufzeit von Io, hat uns veranlasst, diesen Wert weiter zu überprüfen, mit dem Ergebnis, dass wir diese Vermutung ausschließen können: *Alle* Werte für T_{Io} , die sich aus Beobachtungen ableiten lassen, die fast genau 400 Tage auseinander liegen, stimmen auf die Sekunde miteinander überein!

In Tabelle 11 ist deutlich zu erkennen, dass im Verlauf des Beobachtungszeitraumes die Messergebnisse besser werden. Diese Tendenz kann sicher der zunehmenden Beobachtungserfahrung zugeordnet werden. Beschränken wir uns deshalb auf die Messergebnisse im zweiten Teil des Beobachtungszeitraumes und auf solche, die mit derselben oder mit vergleichbarer Optik gewonnen wurden, dann erhalten wir als Ergebnis für die Lichtlaufzeit und die Entfernung zwischen Erde und Sonne:

$$\Delta t_L = 424s \Rightarrow 1AE = 127000000km$$

Damit ist die Genauigkeit unseres Ergebnisses immerhin besser als das historische Ergebnis von Römer, der als Lichtlaufzeit für den Durchmesser der Erdbahn 22 Minuten angab ([8]). Gemessen an unseren ursprünglichen Erwartungen ist das Ergebnis trotzdem enttäuschend. Nach den vielen Misserfolgen während der Messungen und

wegen der vielen Schwierigkeiten, die wir überwinden mussten, sind wir aber glücklich, überhaupt zu einem vernünftigen Ergebnis gekommen zu sein! Wir sind zuversichtlich, mit weiteren Messungen unser Ergebnis sichern und weiter verbessern zu können⁵. Leider hat das Wetter bisher auch nach der letzten Jupiteropposition nicht mitgespielt und nur wenige Beobachtungen zugelassen.

6 Schluss

Es hat sich gezeigt, dass der Nachvollzug der historischen Messung von Römer *keine* „leichte Übung“ (Winnenburg [9]) ist:

- Das zugrunde liegende Phänomen, die periodische Veränderung der Zeitintervalle zwischen den Schattenein- bzw. Austritten des Jupitermondes Io, ist unserer Erfahrung nach schwierig wahrzunehmen.
- Die Erklärung ist – bereits in einer vereinfachten Form – nicht leicht zu verstehen. Die genauere Theorie ist sogar recht kompliziert.
- Will man die Astronomische Einheit tatsächlich aus eigenen Messwerten ableiten, ziehen sich die Messungen mindestens über ein halbes Jahr hin, für die Bestimmung von Ios Umlaufzeit sogar mindestens über ein ganzes Jahr! Wegen des in unseren Breiten sehr unbeständigen Wetters werden in der Regel mehrere synodische Perioden Jupiters erforderlich sein. Unsere eigenen Versuche haben sich über drei Jahre hingezogen.
- Die Verfinsterungszeitpunkte sind wegen der Inkommensurabilität von Ios Umlaufzeit mit unserer Tageslänge über die gesamte Nachtzeit verteilt und liegen damit häufig sehr „unbequem“. Nach unseren Erfahrungen eignen sich die Schattenausstritte Ios deutlich besser für Beobachtungen und Auswertungen: Sie liegen nicht

nur häufig in der ersten Nachthälfte, sie sind auch besser bestimmbar: Das erste Erscheinen des Mondes (an einer Stelle, die man recht gut vorhersehen kann) ist einigermaßen gut zu definieren. Beim Verschwinden, das sich über einen Zeitraum von etwa einer Minute hinzieht, ist der Beobachter sehr unsicher, wann er den Mond wirklich nicht mehr sieht.

- Die Genauigkeit der eigenen Messergebnisse ist nicht leicht zu bestimmen: Die gemessenen Zeitpunkte hängen sowohl vom Beobachter als auch von der benutzten Optik ab. Selbst die korrekte Uhrzeit ist auch heute noch nicht völlig unkritisch: Auch Funkuhren stimmen nicht immer auf die Sekunde miteinander überein⁶!
- Die Auswertung ist nicht einfach, selbst wenn es gelungen ist, genügend Messwerte aufzunehmen.

Da aber der Abstand zwischen Erde und Sonne eine sehr wichtige Größe in der Astronomie darstellt und es anscheinend *keine* andere Möglichkeit gibt, den Wert dieser Größe in der Schule *durch eigene Messungen* zu gewinnen, halten wir es trotzdem für didaktisch überaus sinnvoll, sich mit Rømers Methode intensiv auseinanderzusetzen. Wir hatten nicht nur bei unseren Versuchen, in mehreren Gruppen die Verfinsterungszeitpunkte selbst zu messen, anschließend oft viel zu erzählen (über falsch gehende Uhren, aufgrund falscher Kalenderangaben verspätete Verfinsterungszeitpunkte, fehlende Konzentration, Verschlafen, ...), wir haben auch bei Vorbereitung, Durchführung und Auswertung sehr viel praktisches und theoretisches astronomisches Wissen erworben. Und wir haben an einem konkreten Beispiel erfahren, „woher die Menschheit (die Entfernung zur Sonne) wissen kann“ (Wagenschein), und einen Eindruck von den „Riesen, auf deren Schultern wir stehen“, (Newton) gewonnen.

⁵Aus noch unbekanntem Gründen ergab die Auswertung der letzten Beobachtungsergebnisse wieder schlechtere Werte für die Astronomische Einheit, obwohl die von verschiedenen Beobachtern unabhängig voneinander bestimmten Verfinsterungszeitpunkte sehr dicht beieinander liegen.

⁶Wir konnten diese Beobachtung zunächst kaum glauben – aber es ist wahr: Einfache Funkuhren werden nur einmal am Tag mit der Atomuhr in Braunschweig synchronisiert. Und ein einfacher Quarz kann in 24 Stunden durchaus einen Gangunterschied von einigen Sekunden erzeugen.

Literatur

- [1] U. Backhaus, *Bestimmung der Radien von Planetenbahnen mit Fernglas und Sternkarte*, Praxis der Naturwissenschaften 39/5, 10 (1990)
- [2] U. Backhaus, D. Vornholz, *Wer hat recht - Aristarch oder der Sextant?*, Astronomie und Raumfahrt 31, 20 (1994)
- [3] U. Backhaus, *Die Entfernung der Sonne*, Astronomie und Raumfahrt 35/1, 30 (1998)
- [4] A. Cidado. Die Original Aufnahmen sind im Internet unter www.astrosurf.com/cidado/jupiter_obs.htm zu finden.
- [5] H.-U. Keller, *Kosmos Himmelsjahr 1997 - 2001*, Franckh-Kosmos: Stuttgart
- [6] H.-L. Neumann, *Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit durch Ole Roemer*, Praxis der Naturwissenschaften/Physik 37/4, 16 (1988)
- [7] U. Quast, U. Backhaus, *Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Roemers Verfahren mit Hilfe eines astronomischen Kalenders*, Naturwissenschaften im Unterricht (Physik/Chemie) 35/7, 35 (1987)
- [8] O. Rømer, *Eine Demonstration der Bewegung des Lichtes*, Übersetzung der Originalarbeit von 1676, in S. Sambursky (Hrsg.): *Der Weg der Physik*, dtv 6093: München 1978
- [9] W. Winnenburg, *Einfache Übung zur Bestimmung der Astronomischen Einheit*, Astronomie und Raumfahrt 35/4, 16 (1998)

7 Anhang: Verwendung des Dopplereffektes

Die vor und nach der Jupiteropposition gemessenen Umlaufzeiten I_{o1} (7) und (8) bieten eine erste Gelegenheit, den Radius der Erdbahn zu bestimmen, ohne weitere Messdaten zu verwenden und ohne die Umlaufzeit I_{o1} genauer zu kennen. Interpretiert man nämlich den Unterschied

zwischen den beiden gemessenen Umlaufzeiten als Ergebnis des optischen Dopplereffektes, dann ergeben sie sich aus der Bahngeschwindigkeit v der Erde und der tatsächlichen Umlaufgeschwindigkeit T_0 gemäß

$$T_{I_{o1}} = T_0 \frac{1 + \beta \cos \varphi}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad T_{I_{o2}} = T_0 \frac{1 - \beta \cos \varphi}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{mit } \beta := \frac{v}{c} \quad (13)$$

Dabei ist φ der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung der Erde und der Richtung der Verbindungslinie Erde-Jupiter.

Bildet man das Verhältnis aus den beiden gemessenen Umlaufzeiten, dann fällt die wahre Umlaufzeit heraus:

$$\alpha := \frac{T_{I_{o1}}}{T_{I_{o2}}} = \frac{1 + \beta \cos \varphi}{1 - \beta \cos \varphi}$$

Aus den gemessenen Umlaufzeiten ergibt sich

$$\alpha = 1.000136.$$

Mit Hilfe dieses Verhältnisses lässt sich nun aber die Bahngeschwindigkeit der Erde berechnen:

$$\beta \cos \varphi = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = 6.8 \cdot 10^{-5} \quad (14)$$

Abbildung 8 kann man entnehmen, dass in den beiden Messzeiträumen $\varphi \approx 35^\circ$ ist. Damit folgt:

$$\beta = 8.1 \cdot 10^{-5} \implies v = 24 \frac{km}{s} \quad (15)$$

Dieser Zahlenwert gibt die Bahngeschwindigkeit der Erde *relativ zu Jupiter*, d.h. im rotierenden Bezugssystem an, in dem ein Umlauf der Erde im Beobachtungszeitraum etwa $T_{syn} = 402d$ dauert. Damit ist es leicht, den Umfang U der Erdbahn berechnen – und daraus ihren Radius R :

$$U = v * T_{syn} \implies R = \frac{U}{2\pi} = \frac{v * T_{syn}}{2\pi} = 133000000 km. \quad (16)$$

Es ergibt sich also ein recht befriedigender Wert für die Astronomische Einheit, ohne die

Umlaufzeit von Io bestimmen zu müssen. Allerdings entspricht die Methode nicht der ursprünglichen Intention, Rømers Methode nachzuvollziehen. Darüberhinaus muss eine komplexe Theorie vorausgesetzt werden.

Nr.	Datum	Art	Uhrzeit	Vergleichszeit (nach [5])
1	21.10.1997	VE	: :	23.13
2	30.10.1997	VE	18:36:00	18.38
3	30.10.1997	VE	18:36:17	18.38
4	30.10.1997	VE	18:36:20	18.36
5	30.10.1997	VE	18:36:29	18.38
6	30.10.1997	VE	18:36:31	18.36
7	30.10.1997	VE	18:36:33	18.36
8	15.05.1998	VA	03:32:18	03.32
9	15.05.1998	VA	03:32:48	03.32
10	23.06.1998	VA	02:00:25	02.00
11	23.06.1998	VA	02:01:45	02.00
12	24.09.1998	VE	23:27:45	23.29
13	24.09.1998	VE	23:29:20	23.29
14	11.11.1998	VE	18:23:40	18.25
15	19.01.1999	VE	19:08:10	19.10
16	19.01.1999	VE	19:09:45	19.10
17	13.10.1999	VA	23:07:59	23.07
18	13.10.1999	VA	23:07:16	23.07
19	28.10.1999	VE	05:07:29	05.06
20	31.10.1999	VE	18:03:30	18.04
21	21.11.1999	VE	23:51:40	23.48
22	30.11.1999	VE	20:10:44	20.12
23	30.11.1999	VE	20:10:33	20.12
24	30.12.1999	VE	22:21:15	00.00
25	23.02.2000	VE	19:17:50	19.16
26	24.08.2000	VA	00:21:07	00.20
27	23.09.2000	VA	02:26:20	02.25
28	17.10.2000	VA	21:05:31	21.05
29	25.12.2000	VE	23:53:25	23.54
30	03.01.2001	VE	20:16:03	20.18
31	03.01.2001	VE	20:16:10	20.18
32	03.01.2001	VE	20:16:44	20.18
33	10.02.2001	VE	00:22:35	00:23
34	25.02.2001	VE	22:42:15	22:42
35	25.02.2001	VE	22:41:05	22:42
36	06.03.2001	VE	19:04:42	19.06
37	06.03.2001	VE	19:04:49	19.06
38	06.03.2001	VE	19:04:50	19.06
39	06.03.2001	VE	19:05:19	19.06

8 Anhang: Die Messergebnisse

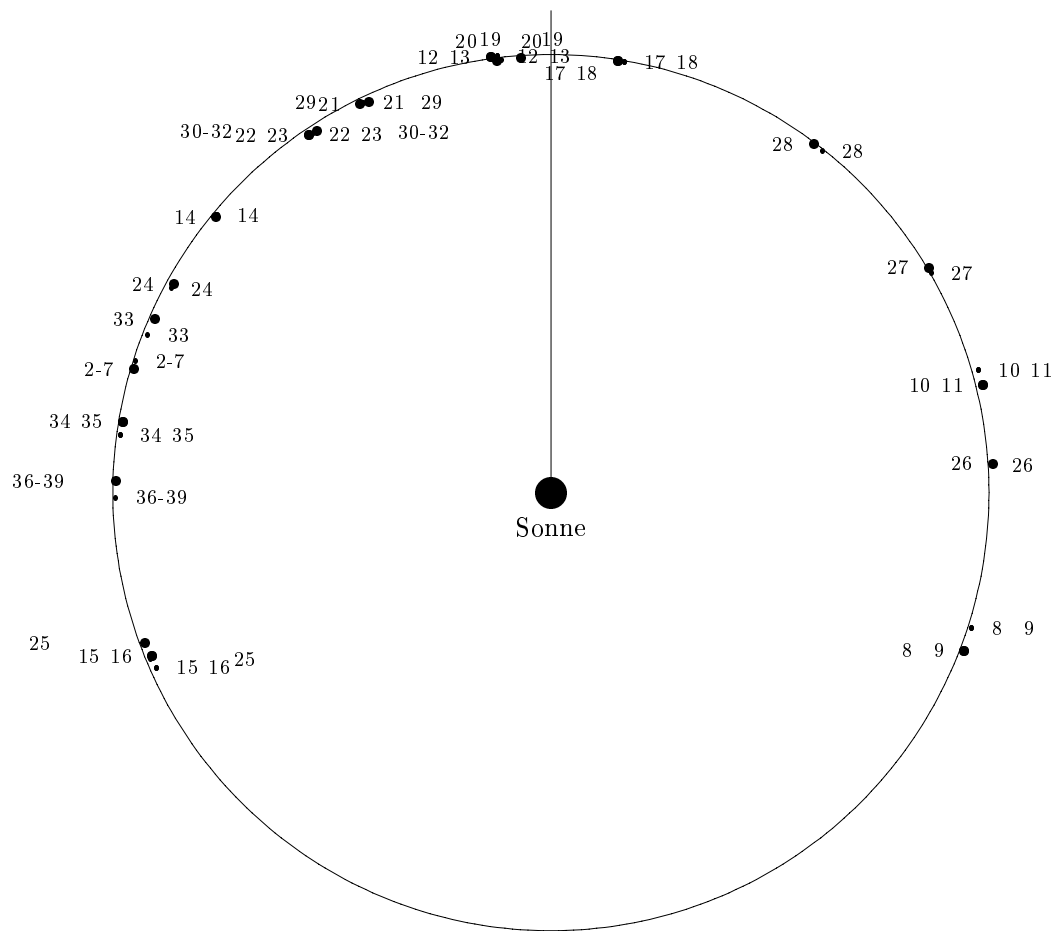


Abbildung 10: Vergleich der berechneten Erdpositionen (dick, Zahlen links) mit den tatsächlichen (weniger dick, Zahlen rechts)

Nr	Beobachtungen	Umläufe	Abstandsänderung in AE	Verzög. in min	Laufzeit für 1 AE in min	1 AE in Mio. km
1	8,10	22	-0.581	-3.37	5.79	104
2	8,11	22	-0.581	-2.03	3.50	63
3	9,11	22	-0.581	-2.53	4.36	78
4	9,10	22	-0.581	-3.87	6.65	120
5	19,25	67	1.423	7.20	5.06	91
6	22,25	48	1.218	9.32	7.65	138
7	23,24	17	0.389	2.74	7.03	126
8	23,25	48	1.218	9.50	7.80	140
9	24,25	31	0.829	6.77	8.17	147
10	26,27	17	-0.464	-2.75	5.92	107
11	26,28	31	-0.788	-5.42	6.87	124
12	27,28	14	-0.324	-2.67	8.23	148
13	30,33	21	0.490	3.75	7.66	138
14	31,33	21	0.490	3.64	7.43	134
15	32,33	21	0.490	3.07	6.27	113
16	30,36	35	0.875	4.02	4.59	83

Abbildung 11: Ergebnis der Auswertung verschiedener Messergebnisse

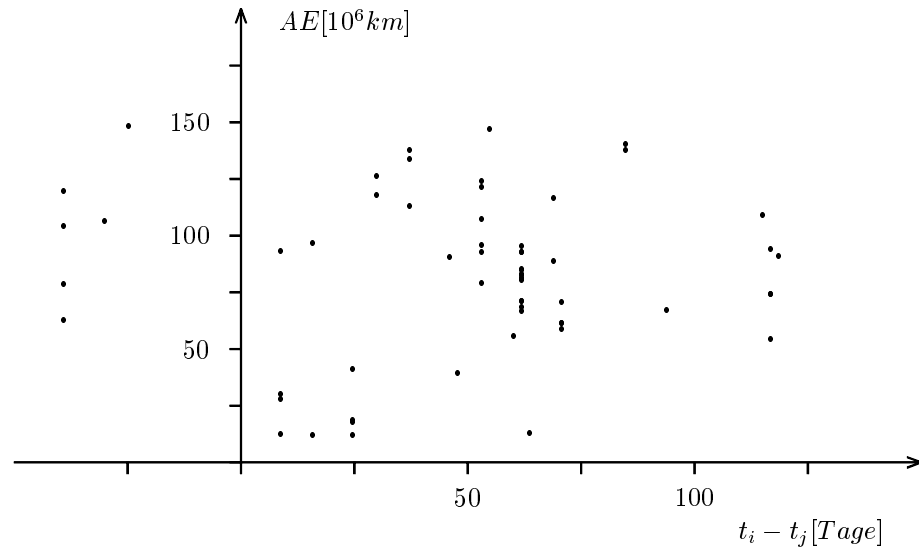


Abbildung 12: Aus unseren Messdaten folgenden Werte für die Astronomische Einheit. Weggelassen wurden nur die Daten, die aus offensichtlichen Gründen falsch sind und deshalb zu negativen viel(!) zu großen Werten führen.